# XXXII OLIMPIADA DE FÍSICA (FASE LOCAL – UMH)

Tiempo: 3 horas.

Cada cuestión vale 5 puntos.

Cada problema vale 10 puntos.

## CUESTIONES

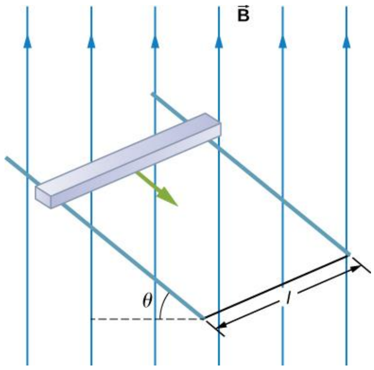
1) Una bola se lanza verticalmente hacia arriba desde lo alto de una torre. La velocidad de la bola en un punto $h$ metros por debajo de la torre es el doble de la velocidad en un punto $h$ metros por encima de la torre. Encontrar, en función de $h$, la altura máxima alcanzada por la bola por encima de la torre.

2) Una conocida marca de pantalones vaqueros siempre ha hecho publicidad de la resistencia que tienen los mismos. Sabemos que un pantalón se rompe cuando se le somete a una fuerza mayor de $1500$ N. Se proponen tres situaciones en las que se va a someter al pantalón a una prueba para comprobar su resistencia mediante el uso de caballos (ver imagen). En la primera imagen, cada caballo tira con una fuerza de $1500$ N. En la segunda imagen, el pantalón está unido por la izquierda a un tronco de árbol y por la otra parte el caballo tira con una fuerza $1500$ N. En la última imagen, el caballo de la izquierda ejerce $1250$ N y el caballo de la derecha $1750$ N. Los caballos tienen la misma masa $M$ cada uno. ¿En qué caso se rompe el pantalón?


3) Dos amigas asisten a un concierto de *Camilo* y llevan un sonómetro para medir el nivel de intensidad sonora. Mediante este dispositivo, una de los amigas mide un nivel $\beta_1 = 105\ dB$, mientras que la otra,

que se encuentra sentada 4 filas (2,8 m) más cerca del escenario, mide $\beta_2 = 108\ dB$. a) ¿A qué distancia de los altavoces se encuentran las amigas? b) ¿Cuál es la potencia del sonido emitido? $I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$

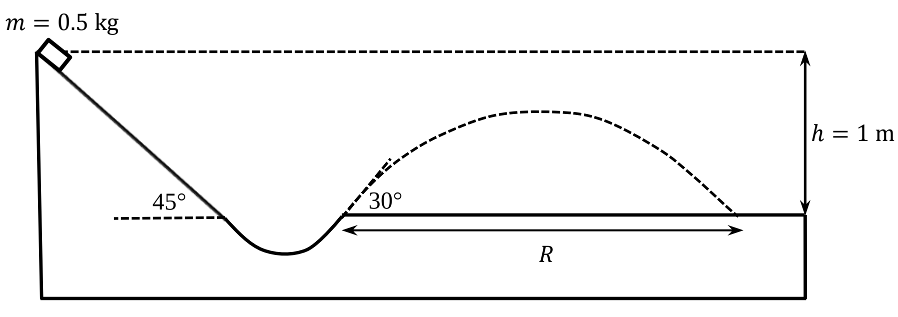
4) Una barra cuadrada de masa $m$ y resistencia $R$ se desliza sin fricción por unos raíles conductores paralelos muy largos de resistencia despreciable (véase a la derecha). Los dos carriles están separados por una distancia $l$ y están conectados entre sí en la parte inferior de la inclinación por un cable de resistencia cero. Los carriles están inclinados con un ángulo $\theta$, y hay un campo magnético vertical uniforme $\vec{B}$ en toda la región. Explique cómo después de pasar un determinado tiempo, la barra alcanza una velocidad terminal (constante) que viene determinada por la expresión:




$$v = \frac{mgR\sin\theta}{B^2 l^2 \cos^2\theta}$$

# PROBLEMAS

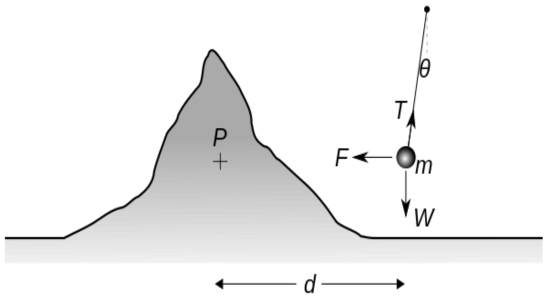
1. Tenemos un montaje como en la figura, donde se deja caer desde lo alto de un plano inclinado 45° con la horizontal un objeto de masa $m = 0{,}5$ kg. El objeto no tiene rozamiento con el plano. Al llegar a la parte más baja existe una pequeña rampa por la que el objeto sale lanzado. La rampa forma un ángulo de 30° con la horizontal. La altura que hay desde lo alto del plano hasta el final de la rampa de salida es $h = 1$ m. El objeto alcanzará una distancia $R$ sobre el suelo




a) Si el experimento se realiza en la Tierra y luego se repite en la Luna ¿en qué caso el objeto llegará más lejos? Datos: $g_{Tierra} = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$; $g_{Luna} = 0{,}166\ g_{Tierra}$.

b) Con el mismo montaje experimental, se realizan una serie de lanzamientos soltando el objeto desde diferentes alturas $h$ iniciales en el plano. En un gráfico XY representamos, como valores en el eje Y, las alturas máximas alcanzadas durante el vuelo por el objeto en cada caso y, como valores del eje X, sus respectivos alcances. Encontrar el valor de la pendiente de la recta que mejor ajusta a los puntos.

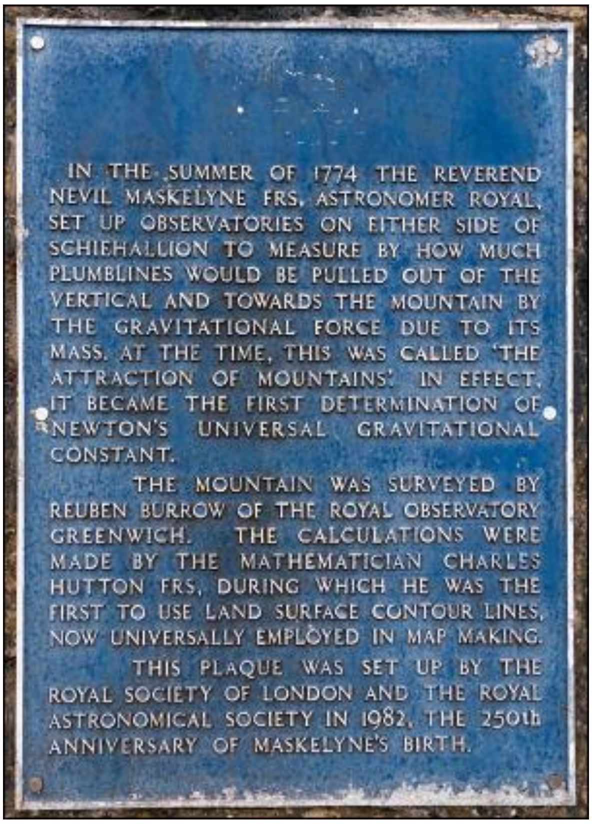
2. Isaac Newton en sus Principia (1687) y como demostración práctica de su teoría de la gravitación, ideó un experimento para conocer la masa de la Tierra. Esta necesidad se debía a que Newton conocía el valor del producto $M_T G$ donde $M_T$ es la masa de la Tierra y $G$ es su constante de gravitación universal pero no conocía el valor individual de cada constante.




El experimento consistía en medir la desviación $\theta$ de un péndulo por la masa de una montaña cercana para poder calcular la densidad de la Tierra. Puesto que el radio de la Tierra ya era conocido desde Eratóstenes (255 a.C.), con este experimento se podría calcular la masa de la Tierra y de ahí la constante de gravitación universal. Las dos fuerzas gravitatorias $F$ y $W$ ejercidas por la montaña y la Tierra sobre la plomada vienen dadas por la ley de gravitación universal de Newton.

a) Encontrar una expresión que relacione la tangente del ángulo $\theta$ del ángulo de desviación de la plomada con las densidades y volúmenes (de la montaña y de la Tierra, $\rho_M, \rho_T, V_M, V_T$ respectivamente) y con las distancias entre la masa de la plomada al centro de la Tierra (radio de la Tierra, $R_T$), y entre la masa de la plomada y el centro de masas de la montaña ($d$ en la figura).

b) El experimento fue realizado en 1774 por el Astrónomo Real Nevil Maskelyne y financiado por la Royal Society. Tuvo lugar en la montaña de Schiehallion (1083 m) en la parte central de Escocia. Fue elegida por su ubicación aislada del resto, de tal modo que no hubiera influencias gravitatorias debido a otras elevaciones; y por la simetría de su ladera este-oeste, debido a que de esta forma su volumen podría calcularse con mayor facilidad. La gran pendiente de sus laderas norte-



**Placa conmemorativa en la montaña de Schiehallion**

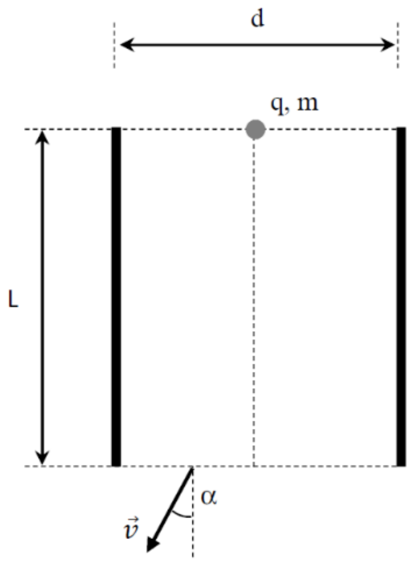
sur permitía que las medidas pudiesen tomarse cerca del centro de gravedad de la montaña, maximizando así la desviación sobre el péndulo.

c) Diferentes trabajos de agrimensura asignaron a la montaña de Schiehallion una densidad de $2{,}5\ \mathrm{g/cm^3}$ y suponemos que la montaña se puede considerar como un cono de altura $1083\ \mathrm{m}$ y radio $760\ \mathrm{m}$, siendo el volumen de un cono $V_c = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. La estación base de medida se encontraba a una distancia $d = 660\ \mathrm{m}$ del centro de gravedad de la montaña. El ángulo medido de desviación de la plomada fue $\theta = 5.8''$ (la doble prima significa segundo de arco $= 1/3600$ de grado sexagesimal). El radio de la Tierra es de $6371\ \mathrm{km}$ y el volumen de una esfera $V_e = \frac{4}{3}\pi r^3$.
Con estos datos y la expresión del apartado anterior, hallar la densidad de la Tierra en $\mathrm{g/cm^3}$ que calculó Maskelyne.

Años más tarde (1798) se realizó un famoso experimento que utilizaba una balanza de torsión que proporcionaba el valor de la constante gravitación universal de Newton. El valor hallado fue $G = 6{,}74 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$ que difiere en menos de 1% del valor más preciso medido en la actualidad.

d) ¿Conoces el nombre del científico que llevó a cabo este experimento? Con el valor hallado de $G$, calcular el valor de la densidad en $\mathrm{g/cm^3}$ de la Tierra (tomar $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$).

3. Se tienen dos placas plano-paralelas metálicas cuadradas, de lado $L$, y puestas verticalmente una frente a la otra y separadas una distancia $d = 10\ cm$. (vistas de perfil en la figura). Sobre las placas se aplica una diferencia de potencial desconocida $\Delta V$. Desde un punto situado justo en medio de las placas, a la altura del borde superior de las mismas, se deja caer sin velocidad inicial una pequeña bolita de masa $m = 1\ g$ y carga eléctrica $q = 1\mu C$. Cuando la bolita asome por la parte inferior de las placas la velocidad de la bolita formará cierto ángulo con la vertical $\alpha$.

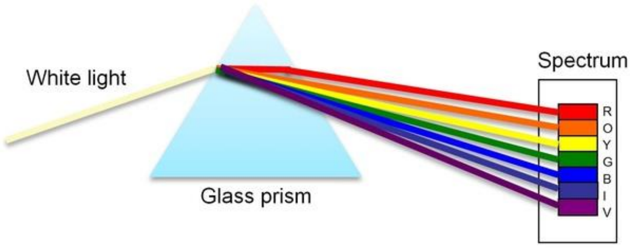



a) ¿Cuál es el valor de $\Delta V$ necesario para que dicho ángulo sea $\alpha = 30^o$ ?

b) ¿Cuál es la máxima altura $L$ de las placas que permite a la bolita salir por abajo antes de chocar con ellas?

c) Sabiendo que el módulo del campo eléctrico generado por una placa cargada se puede determinar a partir de la expresión $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, con $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\frac{C^2}{N \cdot m^2}$ y $\sigma$ la densidad superficial de carga. ¿Cuál será la carga total de la placa de la izquierda?

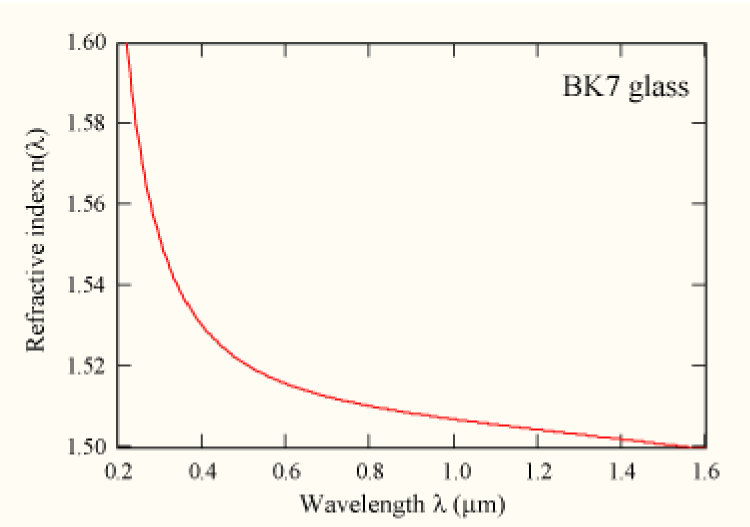
4. La dispersión cromática es el cambio que experimenta el índice de refracción de un cierto material con la longitud de onda. En general, el índice disminuye a medida que aumenta la longitud de onda (ver gráfico). Por un determinado material, la luz azul viaja más lentamente que la luz roja. La dispersión es el fenómeno que se da en la separación de colores en un prisma. También da lugar a la generalmente indeseable aberración cromática de las lentes. La **ecuación de Sellmeier** es una relación empírica entre el índice de refracción $n$ y la longitud de onda $\lambda$ para un medio transparente particular. La forma habitual de la ecuación para cristales es:




$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - C_3}$$

donde $B_{1,2,3}$ y $C_{1,2,3}$ son los coeficientes de Sellmeier determinados experimentalmente. Habitualmente, estos coeficientes suelen calcularse para λ en micrómetros. Esta ecuación fue deducida en 1871 por Wilhelm Sellmeier, a partir del desarrollo del trabajo de Augustin Cauchy en la ecuación de Cauchy para modelos de dispersión.

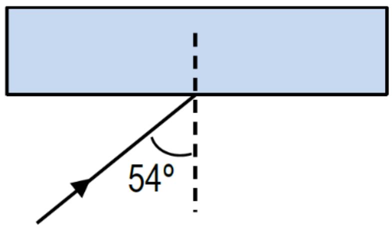
| Material | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Vidrio borosilicatado | 1,0396 | 0,2318 | 1,0105 | $6 \cdot 10^{-3} \mu m^2$ | $2 \cdot 10^{-2} \mu m^2$ | $1{,}036 \cdot 10^{2} \mu m^2$ |



En la tabla superior aparecen los coeficientes de cierto vidrio:

a) Determine los índices de refracción de dicho vidrio correspondientes a una luz roja y otra violeta cuyas longitudes de onda son $\lambda_R = 640\,nm$ y $\lambda_V = 435\,nm$, respectivamente. Suponga una lámina plano-paralela de dicho vidrio:

b) Si un haz de luz blanca incide sobre la lámina formando un ángulo de 54 º con la normal, ¿los rayos con diferente longitud de onda que forman el haz saldrán paralelos al atravesar la lámina? Razone la respuesta y realice un esquema de la marcha de rayos.




c) Calcule la distancia que se separará un rayo de luz roja de otro rayo de luz violeta contenidos en el haz de luz blanca si el espesor de la lámina es de 10 cm.

Suponga un prisma equilátero de dicho vidrio:

d) Al incidir con un haz de luz blanca sobre dicho prisma los rayos con diferentes longitudes de onda que forman el haz se separarán, como puede apreciarse en la imagen superior. Si dicho haz incide sobre una cara del prisma formando un ángulo de 54º con la normal, ¿qué ángulo formarán las direcciones de un rayo de luz roja y otro de luz violeta una vez que hayan atravesado el prisma?